OPCIÓN A

1. *(3 puntos)*
a) *(2 puntos)* Determine para qué valores de ***k*** el sistema que aparece a continuación es compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible: $\begin{cases} x+y+kz=6 \\ x+ky+z=0 \\ kx-y+z=-6 \end{cases}$

b) *(1 punto)* Resuélvalo, si es posible, cuando **k = -1**.

a)

$$|A|=\begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 1 & k & 1 \\ k & -1 & 1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & k \\ 0 & k-1 & 1-k \\ 0 & -1-k & 1-k^2 \end{vmatrix}=1\cdot\begin{vmatrix} k-1 & -(k-1) \\ -(k+1) & (1-k)(1+k) \end{vmatrix}=(k-1)\cdot(k+1)\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1-k \end{vmatrix}$$

$$|A|=(k-1)\cdot(k+1)\cdot(1-k-1)=-k\cdot(k-1)\cdot(k+1)\Rightarrow Si\ |A|=0\Rightarrow -k\cdot(k-1)\cdot(k+1)=0\Rightarrow\begin{cases} k=0 \\ k+1=0\Rightarrow k=-1 \\ k-1=0\Rightarrow k=1 \end{cases}$$

$\forall k\in\Re-\{-1,0,1\}\Rightarrow |A|\neq 0\Rightarrow rang\ (A)=3=$ *Número de incógnitas* $\Rightarrow$ *Sist. Compatible Determinado*

Si $k=-1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -2 & 2 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A)=rang\ (A/B)=2\Rightarrow$$

Sistema Compatible Indeterminado

Si $k=0$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 6 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 6 \\ 0 & -1 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A)=rang\ (A/B)=2$$

Sistema Compatible Indeterminado

Si $k=1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & -2 & 0 & 0 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow rang\ (A)=2\neq rang\ (A/B)=3$$

Sistema Incompatible

b)

Si $k=-1$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 6 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & -6 \end{array}\right)\equiv\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 6 \\ 2 & 0 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)\Rightarrow \text{Sistema Compatible Indeterminado}\Rightarrow x+y-z=6;\ 2x=6\Rightarrow x=3;\ y=3+z\Rightarrow$$

Solución $\Rightarrow (x,y,z)=(3,3+\lambda,\lambda)$

2. *(2 puntos)* Determine la ecuación de la recta, **expresada como intersección de dos planos**, que pasa por el punto **(1 , −1 , 2)** y es perpendicular al plano determinado por los puntos A = **(1 , 0 , 1),** B = (3 , 2 , 1) , **C = (2 , −1 , 0).**

El vector director del plano π es perpendicular a los vectores **AB** y **AC** y, por ello, es el producto vectorial de ambos y además es el vector director de la recta **r** pedida

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} = (3,2,1)-(1,0,1) = (2,2,0) \equiv (1,1,0) \\ \overrightarrow{AC} = (2,-1,0)-(1,0,1) = (1,-1,-1) \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{vmatrix} = -\vec{i} - \vec{k} - \vec{k} + \vec{j} = -\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$$

$$\overrightarrow{v_r} = \overrightarrow{v_\pi} = (-1,1,-2) \equiv (1,-1,2) \Rightarrow r : x-1 = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2} \Rightarrow \begin{cases} x-1 = \frac{y+1}{-1} \Rightarrow -x+1 = y+1 \\ x-1 = \frac{z-2}{2} \Rightarrow 2x-2 = z-2 \end{cases} \Rightarrow r : \begin{cases} x+y=0 \\ 2x-z=0 \end{cases}$$

3. *(5 puntos)* **a)** *(1 punto)* Determine, si existen, todos los valores de los parámetros **a** y **b** para que la función que aparece a continuación sea continua: $\begin{cases} ae^x & si \quad x<0 \\ 1-x^2 & si \quad 0 \le x < 1 \\ b\left(1-e^{x-1}\right) & si \quad x \ge 1 \end{cases}$

b) *(1 punto)* Considere ahora que a = 1. Usando la definición de derivada, estudie si la función es derivable en x = 0.

c) *(1,5 puntos)* Determine: $\lim_{x \to +\infty} \left[\ln(x)\right]^{\frac{1}{e^x}}$

d) *(1,5 puntos)* Determine: $\int \frac{\left[\ln(x)\right]^2}{\sqrt{x}}\, dx$

a)

$$\begin{cases} \begin{cases} \lim_{x\to 0^-} f(x) = ae^0 = a \cdot 1 = a \\ f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = 1-0^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow f(0) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^-} f(x) \Rightarrow a = 1 \\ \begin{cases} \lim_{x\to 1^-} f(x) = 1-1^2 = 0 \\ f(1) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = b\left(1-e^{1-1}\right) = b\left(1-e^0\right) = b(1-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow f(1) = \lim_{x\to 1^+} f(x) = \lim_{x\to 1^-} f(x) = 0 \Rightarrow \forall b \in \Re \end{cases}$$

Es continua para a = 1 y $\forall b \in \Re$.

b)

$$f'(x) = \begin{cases} e^x & si \quad x<0 \\ -2x & si \quad 0<x<1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lim_{x\to 0^-} f'(x) = e^0 = 1 \\ \lim_{x\to 0^+} f(x) = -2 \cdot 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \lim_{x\to 0^+} f(x) = 0 \neq \lim_{x\to 0^-} f(x) = 1 \Rightarrow$$

No es derivable en $x = 0$

c)

$$L = \lim_{x\to +\infty} \left[\ln(x)\right]^{\frac{1}{e^x}} = \infty^{\frac{1}{\infty}} = \infty^0 \Rightarrow$$

$$\ln L = \lim_{x\to+\infty} \ln\left\{\left[\ln(x)\right]^{\frac{1}{e^x}}\right\} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{e^x} \cdot \ln\left[\ln(x)\right] = \lim_{x\to+\infty} \frac{\ln\left[\ln(x)\right]}{e^x} = \frac{\ln\left[\ln(\infty)\right]}{e^\infty} = \frac{\infty}{\infty} = \xrightarrow{\text{Aplicando L'Hopital}} =$$

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{\frac{1}{\ln(x)} \cdot \frac{1}{x}}{e^x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x \cdot \ln(x) \cdot e^x} = \frac{1}{\infty \cdot \ln(\infty) \cdot e^\infty} = \frac{1}{\infty} = 0 \Rightarrow \ln L = 0 \Rightarrow L = \lim_{x\to+\infty} \left[\ln(x)\right]^{\frac{1}{e^x}} = e^0 = 1$$

Continuación del Problema 3 de la opción A

$c)$

$$I=\int\frac{[\ln(x)]^2}{\sqrt{x}}\,dx=2\sqrt{x}\cdot[\ln(x)]^2-\int 2\sqrt{x}\cdot 2\cdot\ln(x)\cdot\frac{1}{x}\,dx=2\sqrt{x}\cdot[\ln(x)]^2-4\int\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\,dx$$

$$\begin{cases} u=[\ln(x)]^2\Rightarrow du=2\cdot\ln(x)\cdot\dfrac{1}{x}\,dx \\ dv=\dfrac{dx}{\sqrt{x}}\Rightarrow v=\displaystyle\int x^{-\frac{1}{2}}dx=\frac{1}{-\frac{1}{2}+1}x^{-\frac{1}{2}+1}=\frac{1}{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{x}\end{cases}$$

$$\int\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}\,dx=2\sqrt{x}\cdot\ln(x)-\int 2\sqrt{x}\cdot\frac{dx}{x}=2\sqrt{x}\cdot\ln(x)-2\int\frac{dx}{\sqrt{x}}=2\sqrt{x}\cdot\ln(x)-2\cdot 2\cdot\sqrt{x}=2\sqrt{x}\cdot[\ln(x)-2]$$

$$\begin{cases} u=\ln(x)\Rightarrow du=\dfrac{1}{x}\,dx \\ dv=\dfrac{dx}{\sqrt{x}}\Rightarrow v=\displaystyle\int x^{-\frac{1}{2}}dx=\frac{1}{-\frac{1}{2}+1}x^{-\frac{1}{2}+1}=\frac{1}{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}=2\sqrt{x}\end{cases}$$

$$L=\int\frac{[\ln(x)]^2}{\sqrt{x}}\,dx=2\sqrt{x}\cdot[\ln(x)]^2-4\cdot\left(2\sqrt{x}\cdot[\ln(x)-2]\right)=2\sqrt{x}\cdot\left\{[\ln(x)]^2-4\ln(x)+8\right\}+K$$

OPCIÓN B

1. *(3 puntos)*
a) *(1,5 puntos)* Determine la matriz inversa, si existe, de la matriz siguiente:
$M=\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\0 & -1 & 0\\2 & -2 & 1\end{pmatrix}$. En caso de que exista, compruebe que la matriz encontrada es efectivamente la inversa de la matriz **M**.

b) *(1,5 puntos)* Determine la matriz **A^2 + B^2** siendo **A** y **B** las matrices solución del siguiente sistema:

$$\begin{cases}2A+B=\begin{pmatrix}1 & 4\\2 & 0\end{pmatrix}\\ A-B=\begin{pmatrix}1 & -1\\1 & 0\end{pmatrix}\end{cases}$$

a) Una matriz tiene inversa siempre que su determinante no sea nulo

$$|M|=\begin{vmatrix}2 & -1 & 2\\0 & -1 & 0\\2 & -2 & 1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2 & -1 & 2\\0 & -1 & 0\\0 & -1 & -1\end{vmatrix}=2\cdot\begin{vmatrix}-1 & 0\\-1 & -1\end{vmatrix}=2\cdot 1=2\neq 0\Rightarrow Existe\ M^{-1}\Rightarrow M^{-1}=\frac{1}{|M|}\cdot adj\ M^t$$

$$M^t=\begin{pmatrix}2 & 0 & 2\\-1 & -1 & -2\\2 & 0 & 1\end{pmatrix}\Rightarrow adj\ M^t=\begin{pmatrix}-1 & -3 & 2\\0 & -2 & 0\\2 & 2 & -2\end{pmatrix}\Rightarrow M^{-1}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -3 & 2\\0 & -2 & 0\\2 & 2 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1\\0 & -1 & 0\\1 & 1 & -1\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$Comprobación\begin{cases}M\cdot M^{-1}=I\\M^{-1}\cdot M=I\end{cases}\rightarrow(I=matriz\ identidad)$$

$$M\cdot M^{-1}=\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\0 & -1 & 0\\2 & -2 & 1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} & 1\\0 & -1 & 0\\1 & 1 & -1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+(-1)\cdot 0+2\cdot 1 & 2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+(-1)\cdot(-1)+2\cdot 1 & 2\cdot 1+(-1)\cdot 0+2\cdot(-1)\\0\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+(-1)\cdot 0+0\cdot 1 & 0\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+(-1)\cdot(-1)+0\cdot 1 & 0\cdot 1+(-1)\cdot 0+0\cdot(-1)\\2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)+(-2)\cdot 0+1\cdot 1 & 2\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)+(-2)\cdot(-1)+1\cdot 1 & 2\cdot 1+(-2)\cdot 0+1\cdot(-1)\end{pmatrix}=$$

$$\begin{pmatrix}-1+0+2 & -3+1+2 & 2+0-2\\0+0+0 & 0+1+0 & 0+0+0\\-1+0+1 & -3+2+1 & 2+0-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}=I$$

$$M^{-1}\cdot M=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}-1 & -3 & 2\\0 & -2 & 0\\2 & 2 & -2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}2 & -1 & 2\\0 & -1 & 0\\2 & -2 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}(-1)\cdot 2+(-3)\cdot 0+2\cdot 2 & (-1)\cdot(-1)+(-3)\cdot(-1)+2\cdot(-2) & 2\cdot 2+2\cdot 0+(-2)\cdot 2\\0\cdot 2+(-2)\cdot 0+0\cdot 2 & 0\cdot(-1)+(-2)\cdot(-1)+0\cdot(-2) & 2\cdot(-1)+2\cdot(-1)+(-2)\cdot(-2)\\2\cdot 2+2\cdot 0+(-2)\cdot 2 & 2\cdot(-1)+2\cdot(-1)+(-2)\cdot(-2) & 2\cdot 2+2\cdot 0+(-2)\cdot 1\end{pmatrix}=$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}2 & 0 & 0\\0 & 2 & 0\\0 & 0 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\0 & 1 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}=I$$

Continuación del Problema 1 de la opción B

$b)$

$$\begin{cases} 2A+B=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \\ A-B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow 3A=\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow A=\frac{1}{3}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow B=A-\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$B=\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}-\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} A^2=\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{4}{9}+1 & \frac{2}{3}+0 \\ \frac{2}{3}+0 & 1+0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{13}{9} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix} \\ B^2=\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -\frac{1}{3} & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{9}+0 & -\frac{2}{3}+0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{9} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \end{cases} \Rightarrow A^2+B^2=\begin{pmatrix} \frac{13}{9} & \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} \frac{1}{9} & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{14}{9} & 0 \\ \frac{2}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

2. *(2 puntos)*

(2 puntos) **a)** *(1,5 puntos)* Determine el valor del parámetro **a** para que el plano $\pi: x-3y+az=-6$ sea paralelo a la recta: $r:\begin{cases} 2x-3y=1 \\ x+3z=-7 \end{cases}$

b) *(0,5 puntos)* Determine el ángulo entre esa recta **r** y el plano: $\tilde{\pi}: 2x-3y-z+6=0$

a) Un plano y una recta son paralelos cuando sus vectores directores son perpendiculares y su producto escalar nulo

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_\pi}=(1,-3,a) \\ 3y=-1+2x \Rightarrow y=-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}x \Rightarrow 3z=-7-x \Rightarrow z=\frac{-7}{3}-\frac{x}{3} \Rightarrow \overrightarrow{v_r}=\left(1,\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)\equiv(3,2,-1) \end{cases} \Rightarrow$$

$$\overrightarrow{v_\pi}\perp\overrightarrow{v_r} \Rightarrow \overrightarrow{v_\pi}\cdot\overrightarrow{v_r}=0 \Rightarrow (1,-3,a)\cdot(3,2,-1)=0 \Rightarrow 3-6-a=0 \Rightarrow a=-3$$

$b)$

$$\begin{cases} \overrightarrow{v_{\tilde{\pi}}}=(2,-3,-1) \\ \overrightarrow{v_r}=\left(1,\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)\equiv(3,2,-1) \end{cases} \Rightarrow sen\,\alpha=\frac{\left|\overrightarrow{v_{\tilde{\pi}}}\cdot\overrightarrow{v_r}\right|}{\left|\overrightarrow{v_{\tilde{\pi}}}\right|\cdot\left|\overrightarrow{v_r}\right|}=\frac{|(2,-3,-1)\cdot(3,2,-1)|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+(-1)^2}\cdot\sqrt{3^2+2^2+(-1)^2}}=\frac{|6-6\cdot+1|}{\sqrt{14}\cdot\sqrt{14}}=\frac{1}{14}$$

$$\alpha=arc\ sen\left(\frac{1}{14}\right)=4^{\circ}5'45{,}7''$$

3. *(5 puntos)*

(3 puntos) Considere la función $f(x) = x + \frac{4}{x}$

a.1) *(1,5 puntos)* Determine el dominio y las asíntotas, si existen, de la función **f(x)**

a. 2) *(1,5 puntos)* Determine los extremos relativos y puntos de inflexión, si existen, de la función **f(x)**

b) *(2 puntos)* Determine el área limitada por la curva $f(x) = -2 \cdot sen\left(\frac{x}{2}\right)$, y las rectas **x = 0**, $x = \pi$ y el eje de abscisas **y = 0**.

$a.1)$

$$f(x) = \frac{x^2+4}{x} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow Dom\,(f) = \forall x \in \Re - \{0\}$$

Asíntota vertical $\Rightarrow x = 0$

Asíntota horizontal

$$y = \lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4}{x} = \frac{\infty}{\infty} == \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{4}{x^2}}{\frac{1}{x}} = \frac{1+\frac{4}{\infty}}{\frac{1}{\infty}} = \frac{1+0}{0} = \frac{1}{0}$$

No existe asíntota horizontal cuando $x \to \infty$

$$y = \lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+4}{x} = \frac{\infty}{-\infty} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{4}{x^2}}{\frac{x}{x^2}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1+\frac{4}{x^2}}{\frac{1}{x}} = \frac{1+\frac{4}{\infty}}{\frac{1}{-\infty}} = \frac{1+0}{0} = \frac{1}{0}$$

No existe asíntota horizontal cuando $x \to -\infty$

Asíntota oblicua

$$m = \lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2+4}{x}}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4}{x^2} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}} = \lim_{x\to\infty} \frac{1+\frac{4}{x^2}}{1} = \frac{1+\frac{4}{\infty}}{1} = \frac{1+0}{1} = 1$$

$$n = \lim_{x\to\infty}[f(x) - mx] = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4}{x} - 1\cdot x = \lim_{x\to\infty} \frac{x^2+4-x^2}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{4}{x} = \frac{4}{\infty} = 0$$

Existe asíntota oblicua, $y = x$ *, cuando* $x \to \infty$

$$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{x^2+4}{x}}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+4}{x^2} = \frac{\infty}{\infty} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\frac{x^2}{x^2}+\frac{4}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1+\frac{4}{x^2}}{1} = \frac{1+\frac{4}{\infty}}{1} = \frac{1+0}{1} = 1$$

$$n = \lim_{x\to-\infty}[f(x) - mx] = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+4}{x} - 1\cdot x = \lim_{x\to-\infty} \frac{x^2+4-x^2}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{4}{x} = \frac{4}{-\infty} = 0$$

Existe asíntota oblicua, $y = x$ *, cuando* $x \to -\infty$

Continuación del Problema 3 de la opción B

$a.2)$

$$f'(x)=\frac{2x\cdot x-(x^2+4)}{x^2}=\frac{2x^2-x^2+4}{x^2}=\frac{x^2-4}{x^2}=\frac{(x-2)(x+2)}{x^2}\Rightarrow Creciente\Rightarrow f'(x)>0\Rightarrow\begin{cases}x-2>0\Rightarrow x>2\\ x+2>0\Rightarrow x>-2\\ x^2>0\Rightarrow\forall x\in\Re\end{cases}$$

	$-\infty$ — **-2**	**-2** — **2**	**2** — ∞
x > -2	**(-)**	**(+)**	**(+)**
x > 2	**(-)**	**(-)**	**(+)**
x^2 > 0	**(+)**	**(+)**	**(+)**
Solución	**(+)**	**(-)**	**(+)**

Creciente $\forall x\in\Re/(x<-2)\cup(x>2)$ **Decreciente** $\forall x\in\Re/-2<x<2$

Máximo relativo en $x=-2\Rightarrow f(-2)=\frac{(-2)^2+4}{(-2)}=\frac{4+4}{(-2)}=-4$ **de Crecimiento pasa a Decrecimiento**

Mínimo relativo en $x=2\Rightarrow f(2)=\frac{2^2+4}{2}=\frac{4+4}{2}=4$ **de Decrecimiento pasa a Crecimiento**

$$f''(x)=\frac{2x\cdot x^2-2x(x^2-4)}{x^4}=\frac{2x^3-2x^3+8x}{x^4}=\frac{8x}{x^4}=\frac{8}{x^3}\Rightarrow f''(x)=0\Rightarrow\frac{8}{x^3}=0\Rightarrow \textit{No hay solución}$$

No hay puntos de inflexión

b)

$$\textit{Puntos de corte con OX}\Rightarrow f(x)=0\Rightarrow -2\cdot sen\left(\frac{x}{2}\right)=0\Rightarrow sen\left(\frac{x}{2}\right)=0\Rightarrow\frac{x}{2}=0+k\pi\Rightarrow x=2\cdot(0+k\pi)\Rightarrow$$

$$x=0+2k\pi$$

Entre 0 y π, el único punto de corte es x = π.

$$\frac{\pi}{2}\in(0,\pi)\Rightarrow f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-2\cdot sen\left(\frac{\frac{\pi}{2}}{2}\right)=-2\cdot sen\left(\frac{\pi}{4}\right)=-2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}=-\sqrt{2}<0\Rightarrow f(x)<0$$

$$A=\left|\int_0^{\pi}-2\cdot sen\left(\frac{x}{2}\right)dx\right|=-2\left|\int_0^{\pi}sen\left(\frac{x}{2}\right)dx\right|=2\int_0^{\pi}sen\left(\frac{x}{2}\right)dx=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}sen\ t\ dt==2\cdot[-\cos t]_0^{\frac{\pi}{2}}=-4\cdot[\cos t]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{x}{2}=t\Rightarrow x=2t\Rightarrow dx=2\ dt\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow t=\frac{0}{2}=0\\ x=\pi\Rightarrow t=\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$A=-4\cdot\left(\cos\frac{\pi}{2}-\cos 0\right)=-4\cdot(0-1)=4\ u^2$$